

Rendering ed illuminazione

Dove si introduce un metodo per ottenere una immagine a partire da una descrizione degli oggetti tridimensionali e si presenta la legge fondamentale che governa l'illuminazione.

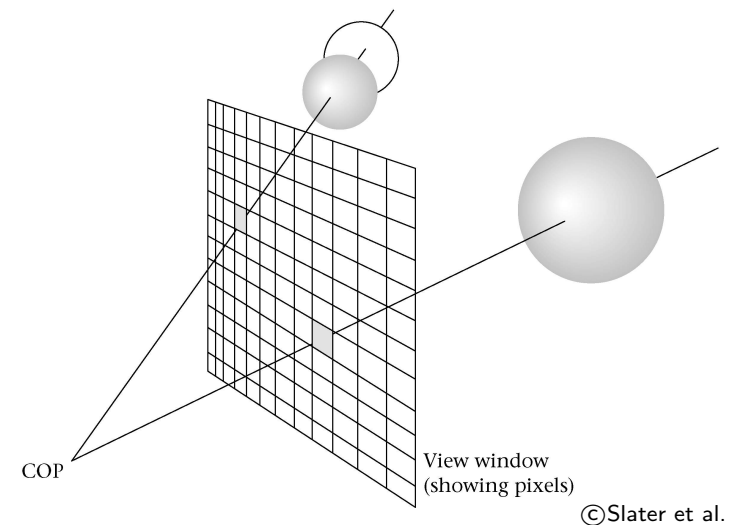
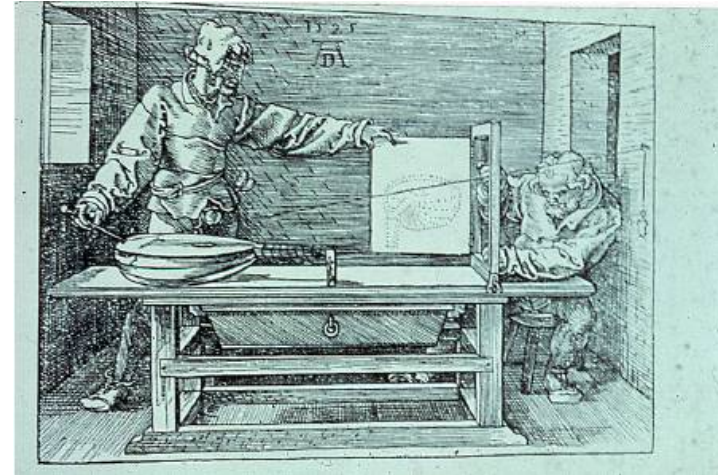
- **Introduzione al rendering**
- **Equazione della radianza**

Introduzione al rendering

- **Modeling** (modellazione) e **Rendering** sono i due stadi principali della pipeline grafica. Fin'ora abbiamo parlato di modellazione.
- Il termine **rendering** indica la serie di algoritmi, geometrici e non, a cui si sottopone una data descrizione di una serie di oggetti per ottenere una immagine
- Le descrizioni (abbiamo visto) possono essere:
 - maglie (*mesh*) poligonali
 - superfici parametriche
 - CSG
 - volumetriche
- Il modeling di una scena sintetica è un problema relativamente facile, per quanto laborioso.
- Il problema del rendering (e della illuminazione) è il problema centrale della Grafica al calcolatore, da un punto di vista pratico e concettuale.

Il metodo del pittore: ray casting

- Come avviene la creazione di immagini 2D del mondo 3D?
- Si fissa un punto di vista o COP (occhio del pittore) ed un rettangolo (tela) su cui si formerà l'immagine (il piano contenente il rettangolo è chiamato per questo **piano immagine**).
- Il rettangolo stesso prende il nome di **finestra di vista** (*view window*).
- La tela è divisa in celle (**pixel**), ciascuna delle quali assumerà un colore.
- Si traccia un raggio (**raggio ottico**) attraverso ciascuna cella e la si dipinge con il colore che si vede lungo il raggio.



- La distanza del piano immagine dal COP e le dimensioni della finestra di vista determinano l'**angolo di vista** (solido).
- I raggi ottici riempiono una piramide semi-infinita con il vertice nel COP e gli spigoli che passano attraverso i vertici della finestra di vista.
- Questo processo prende il nome di **ray casting** e ricalca il modo in cui Aristotele pensava funzionasse la visione umana.
- Il ray casting funziona con tutte le descrizioni dei modelli già viste.
- La geometria del processo è semplice ed intuitiva (ma anche inefficiente, a causa del calcolo delle intersezioni).
- Il cuore del processo è il calcolo della **intensità luminosa** lungo i raggi.
- Studieremo ora l'illuminazione, e torneremo sulla geometria solo più avanti, quando abbandoneremo il ray casting in favore di un paradigma più adatto alle applicazioni real-time.

Illuminazione

- Come si misura l'intensità luminosa?
- Come si determina l'intensità luminosa (*brightness*) di un particolare punto dell'immagine?
- La **radiometria** risponde a queste domande.
- L'**intensità luminosa** è un concetto acromatico ed è determinata dalla quantità di energia luminosa che incide sul piano immagine per unità di area per unità di tempo.
Il **colore** è determinato dalla distribuzione spettrale dell'energia.
- Assumendo che non ci sia interazione tra le diverse lunghezze d'onda, si può studiare la radiometria indipendentemente per un certo numero di lunghezze d'onda campione che servono a rappresentarel'intera disribuzione spettrale.
- Di solito se ne usano 3, per motivi legati al sistema visivo umano, corrispondenti al rosso, verde e blu (rgb).
- Tutti i discorsi che faremo sono implicitamente relativi ad una singola lunghezza d'onda fissata.

Radiometria

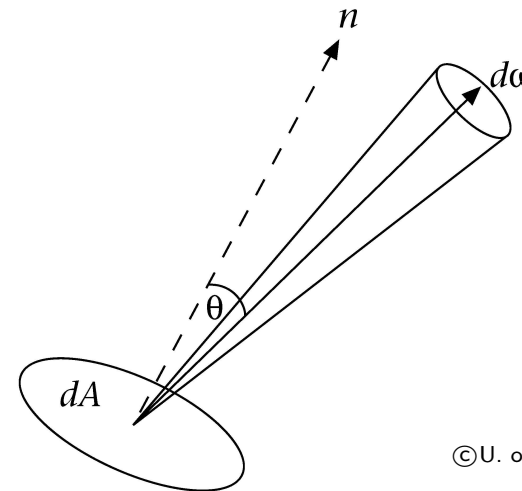
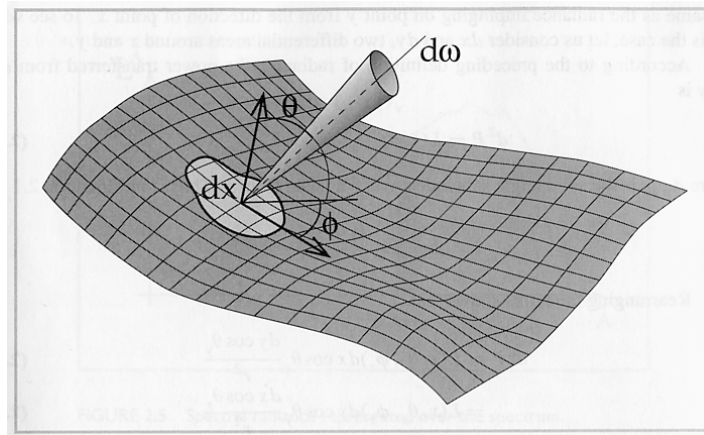
- La **potenza radiante** (Φ) è la velocità alla quale l'energia luminosa si trasmette, e si misura in energia per unità di tempo, ovvero in Watt [W]. Si chiama anche **flusso radiante**.

Irradianza e radiosità

- La densità di flusso è la potenza radiante per unità di area, misurata in $[W/m^2]$. Nel punto x , circondato da un'area infinitesimale dx , la densità di flusso è $\frac{d\Phi}{dx}$.
- **Irradianza** $E(x)$: densità di flusso incidente in un punto x (da tutte le direzioni).
- **Radiosità** o *Radiosity* $B(x)$: densità di flusso uscente da un punto x (in tutte le direzioni).

Radianza

- La **Radianza** $L(x, \omega)$ è la densità di flusso nel punto x in una direzione ω . È la potenza radiante per unità di area per unità di angolo solido e si misura in $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{st}]$.

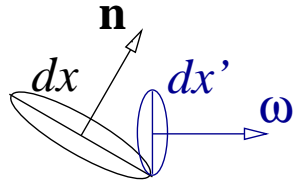


©U. of Wisconsin; ©Slater et al.

- La direzione ω è data da due angoli: l'elevazione θ (rispetto alla normale alla superficie \mathbf{n}) e l'azimuth ϕ (rispetto ad una direzione fissata sulla superficie.)
- Nota: la densità di flusso in una direzione ω viene misurata rispetto ad una superficie infinitesima dx' perpendicolare a ω , dunque:

$$L(x, \omega) = \frac{d^2\Phi}{d\omega dx'}$$

- Se la superficie in x non è perpendicolare ad ω , bisogna tenerne conto proiettando dx su dx' . Siccome il rapporto tra le aree dx' e dx è $\cos \theta = (\omega \cdot \mathbf{n})$, la radianza si scrive come:



$$L(x, \omega) = \frac{d^2\Phi}{d\omega \cos \theta dx} = \frac{d^2\Phi}{d\omega (\omega \cdot \mathbf{n}) dx} \quad (1)$$

- Riassumendo, il termine coseno compare per tenere conto del fatto che la radianza viene calcolata lungo una direzione ω che non coincide – in generale – con la normale \mathbf{n} .

Radiosità e Radianza

- Come si lega la radiosità $B(x) = \frac{d\Phi}{dx}$ alla radianza appena definita?
- Sia Ω la semisfera delle direzioni attorno alla normale in x . Dalla (1) si ha:

$$L(x, \boldsymbol{\omega})(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) = \frac{d^2\Phi}{d\boldsymbol{\omega}dx}$$

ed integrando:

$$\int_{\Omega} L(x, \boldsymbol{\omega})(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})d\boldsymbol{\omega} = \int_{\Omega} \frac{d^2\Phi}{d\boldsymbol{\omega}dx}d\boldsymbol{\omega} = \frac{d\Phi}{dx} = B(x)$$

- Similmente, per l'energia incidente, l'irradianza vale:

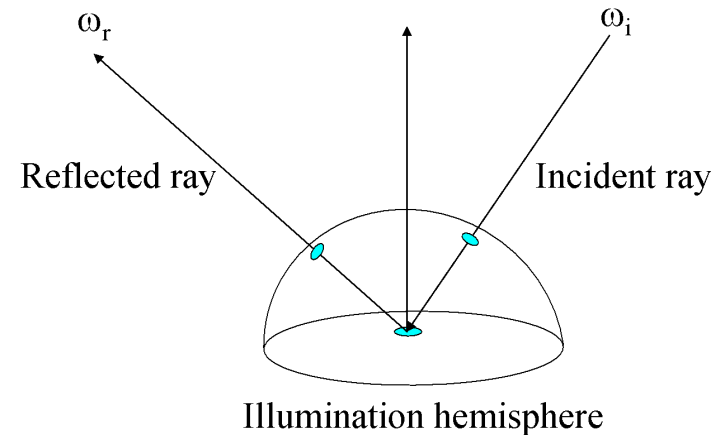
$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \boldsymbol{\omega})(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})d\boldsymbol{\omega}$$

Radianza lungo un raggio

- Dati due punti x e y , nel vuoto la radianza che lascia x verso y è uguale a quella che raggiunge y dalla direzione di x . La radianza (nel vuoto) non si attenua con la distanza (la radiosità invece si).
- Di conseguenza, il modello che si usa in Grafica è quello di raggi luminosi che trasportano una certa quantità di energia, specificata dalla radianza.
- La radianza coincide con il concetto intuitivo di intensità luminosa (*brightness*), nel caso acromatico.
- Tutto ciò che serve per disegnare una immagine è la radianza che lascia ciascun punto della scena nella direzione dell'occhio.
- Naturalmente, nel caso più comune il mezzo di trasmissione è l'aria, il quale, seppure in misura lieve, interagisce con i fotoni che trasportano l'energia luminosa.
- Si trascura di solito questa interazione. Nelle scene con polvere, pioggia o nebbia l'assunzione non è verificata.

Caratterizzazione delle superfici: BRDF

- Un raggio luminoso incide su una superficie in x lungo la direzione ω_i ; quanta energia lascia la superficie lungo la direzione ω_r come risultato della riflessione?



©Slater (slides)

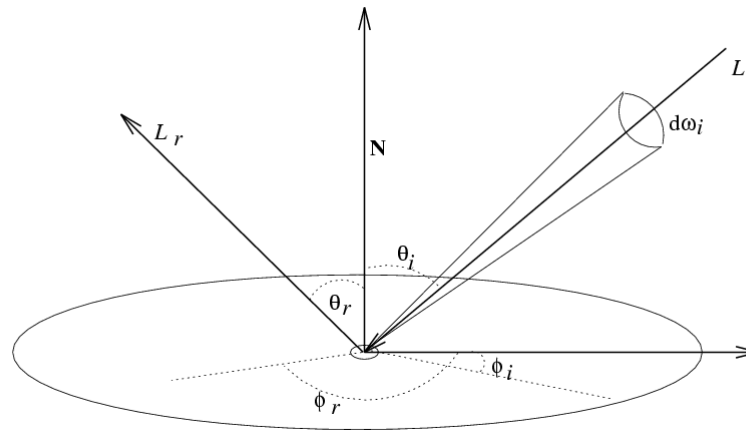
$$\underbrace{L_r(x, \omega_r)}_{\text{Radianza riflessa}} = \underbrace{\rho(x, \omega_i, \omega_r)}_{\text{BRDF}} \underbrace{L_i(x, \omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n})}_{\text{Radianza entrante rispetto alla normale}}$$

- $\rho(x, \omega_i, \omega_r)$ è la Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) che caratterizza il materiale di cui è composta la superficie (non dipende dalla geometria).
- Il termine $L_i(x, \omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n})$ rappresenta la radianza incidente ridotta del fattore $(\omega_i \cdot \mathbf{n})$ che tiene conto dell'angolo di incidenza (area proiettata).
- Si vede facilmente che $L_i(x, \omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n}) = \frac{dE(x)}{d\omega_i}$.

- Dunque la BRDF $\rho(x, \omega_i, \omega_r)$, è il rapporto tra la radianza riflessa che lascia il punto x lungo la direzione ω_r e la irradianza nel punto x dovuta all'energia incidente lungo un angolo solido infinitesimale $d\omega_i$ centrato in ω_i :

$$\rho(x, \omega_i, \omega_r) = \frac{L_r(x, \omega_r)}{\frac{dE(x)}{d\omega_i}} = \frac{L_r(x, \omega_r)}{L_i(x, \omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n})}$$

- Nota: è corretto usare la irradianza perché nella sua definizione tiene conto dell'area proiettata, mentre la radianza no.



©E. Fiume

- La radianza totale riflessa nella direzione ω_r , è la somma dei contributi dovuti a tutte le possibili direzioni incidenti, Ω , quindi vale:

$$L_r(x, \omega_r) = \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

BRDF di superfici Lambertiane

- Una superficie Lambertiana (o diffusore perfetto) ha una BRDF costante:
 $\rho(x, \omega_i, \omega_r) = \rho(x)$. La radianza (riflessa) di tale superficie non dipende dalla direzione.

$$L_r(x, \omega_r) = \rho(x) \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i = \rho(x) E(x) = L(x)$$

Inoltre

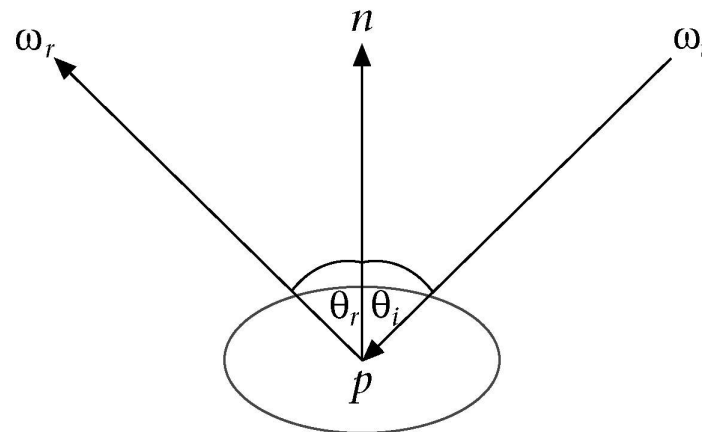
$$B(x) = \int_{\Omega} L(x, \omega) (\omega \cdot \mathbf{n}) d\omega = L(x) \int_{\Omega} \cos \theta d\omega = \rho(x) E(x) \pi$$

$\rho_d(x) = \pi \rho(x)$ prende il nome di **albedo**.

- Intuitivamente, l'albedo è la frazione di irradianza $E(x)$ che viene riflessa come radiosità $B(x)$. Il resto dell'energia viene assorbito.

BRDF generiche

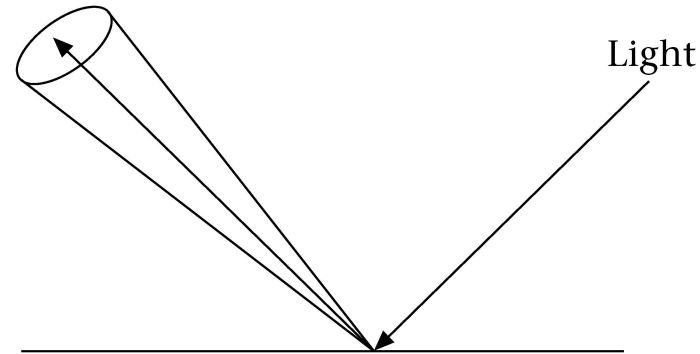
- La specifica esatta della BRDF per superfici reali è estremamente difficile da ottenere.
- Nella grafica al calcolatore si usano approssimazioni della BRDF. Le due più semplici e più usate modellano due comportamenti ideali dei materiali: riflessione speculare e diffusione.



©Slater et al.

- Un **riflettore speculare** si comporta come uno specchio perfetto, che riflette il raggio incidente lungo una direzione che forma con la normale lo stesso angolo formato dalla direzione di incidenza.

- In un materiale lucido (*glossy*) il raggio incidente viene disperso in un cono attorno alla direzione di riflessione perfetta.



©Slater et al.

- Un diffusore perfetto è una superficie ruvida (come il gesso o il coccio) che ripartisce la radianza del raggio entrante uniformemente su tutte le direzioni lungo una semisfera.
- Tipicamente le BRDF che si usano in Grafica sono una mistura di queste due.
- Abbiamo omesso la dipendenza dalla lunghezza d'onda λ , ma la BRDF, in generale, dipende anche da λ , ed è grazie a ciò che le superfici appaiono **colorate**.
- La luce bianca (spettro uniforme) incide sulla superficie e grazie all'assorbimento selettivo delle componenti cromatiche la luce riflessa ha una distribuzione spettrale non uniforme, ovvero è "colorata".

Equazione della Radianza

- Abbiamo visto che la radianza riflessa nella direzione ω_r , dovuta alla irradianza lungo una direzione particolare ω_i è:

$$L_r(x, \omega_r) = \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n})$$

- La radianza totale riflessa nella direzione ω_r , è la somma dei contributi dovuti a tutte le possibili direzioni incidenti, Ω , quindi vale:

$$L_r(x, \omega_r) = \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

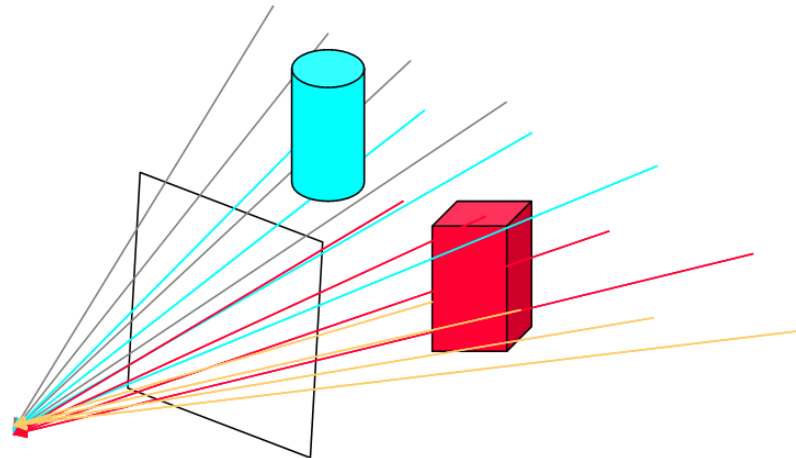
- Aggiungiamo la radianza emessa $L_e(x, \omega)$ ottenendo la fondamentale **equazione della radianza**:

$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega) L(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i \quad (2)$$

- Siccome la radianza non varia lungo raggi liberi nello spazio, la radianza entrante lungo la direzione ω_i , $L(x, \omega_i)$, è uguale alla radianza emessa in un altro punto x' .
- Per determinare x' si traccia un raggio da x lungo ω_i e lo si segue fino a quando incontra una superficie.
- Per calcolare la radianza emessa in x' si impiega nuovamente l'equazione della radianza, in modo **ricorsivo**.
- **Importante**: questo evidenzia che l'illuminazione in un punto di una superficie è determinata **globalmente**, poiché la luce che vi incide dipende dalle sorgenti luminose e da (in principio) tutte le altre superfici presenti nell'ambiente.

Rendering

- L'equazione (2) ha un ruolo centrale nella Grafica. Risolverla vuol dire saper generare (**to render**) qualunque immagine.
- Il **rendering** si può vedere come il processo di estrazione di immagini dalla equazione della radianza.
- Infatti la (2) viene anche chiamata **equazione del rendering** (Kaijya, 1987).



©Slater et al.

- In un materiale lucido (*glossy*) il raggio incidente viene disperso in un cono attorno alla direzione di riflessione perfetta.
- Il rendering procede fissando un centro di proiezione (COP) che coincide con l'occhio e calcolando la radianza di tutti i raggi passanti per il COP entro l'angolo di vista (solido) Γ :

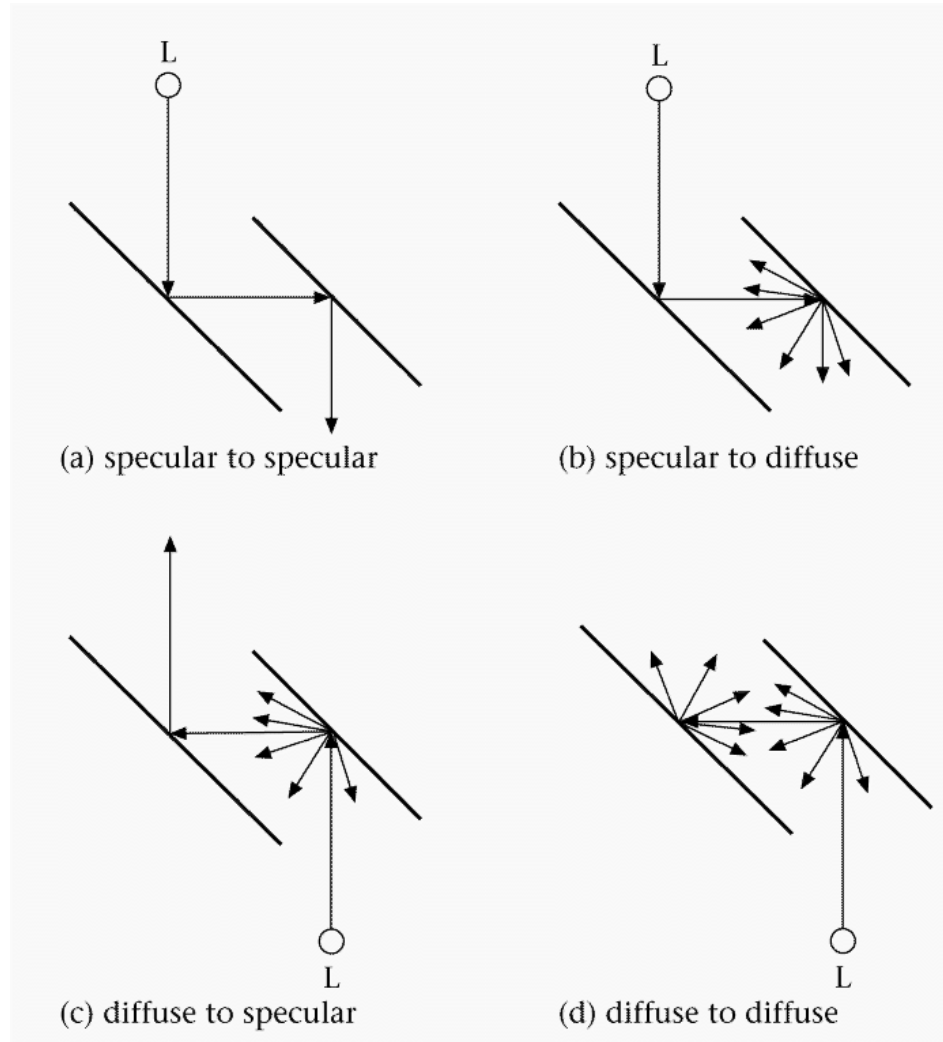
$$\text{image} = L(\text{COP}, \omega) \quad \omega \in \Gamma$$

Soluzioni della equazione della radianza: uno sguardo in avanti.

- Vi sono vari approcci per la risoluzione (approssimata) della equazione della radianza.
- Possiamo dire che gran parte della Grafica è dedicata alla soluzione di questa equazione.
- Le approssimazioni riguardano due aspetti: la BRDF e la ricorsione.
- Per quanto riguarda quest'ultimo aspetto, i metodi si dividono in locali e globali.
- **Locali.** I metodi locali tengono conto solo dell'effetto diretto delle sorgenti luminose, trascurando le interriflessioni tra oggetti. Questo elimina completamente la ricorsione nell'equazione della radianza, in quanto viene considerata la radianza entrante solo lungo le direzioni corrispondenti a raggi provenienti direttamente dalle sorgenti luminose (la cui radianza è nota e non deve essere calcolata ricorsivamente).
- Tra le approssimazioni della BRDF la più semplice è quella di porre $\rho = 0$. In questo modo l'integrale nella azzerarla (2) si azzerava e si ottiene $L(x, \omega) = L_e(x, \omega)$. In pratica questo significa che ogni punto ha una radianza (colore) preassegnata (color texture). Altre tecniche un pò più realistiche modellano superfici con BRDF miste, Lambertiane e lucide (modelli di Phong, Cook-Torrance ed altri).

- **Globali.** I metodi globali tengono conto della natura ricorsiva della equazione della radianza, anche se ciascuno trascura alcuni fenomeni di interriflessione per rendere il problema trattabile. In particolare, vedremo una tecnica (**ray tracing**) che è corretta per le riflessioni speculari, ed un'altra (**radiosity**) che modella solo le interriflessioni tra superfici diffuse.
- Il **ray tracing** estende ricorsivamente il paradigma del ray casting per determinare il percorso dei raggi riflessi specularmente. Gli altri contributi alla radianza sono calcolati localmente con un termine ambiente per la illuminazione indiretta dovuta alle interriflessioni e un termine diffusivo per la componente lambertiana.
- Il **radiosity**, come il nome suggerisce, riformula l'equazione della radianza in termini di radiosità, perdendo dunque la direzionalità. Per questo è corretta solo se la scena è composta da diffusori perfetti.
- Queste due tecniche introducono un'altra dicotomia, tra soluzioni **view-dependent** e **view-independent**. Il ray tracing è view-dependent in quanto la soluzione che trova dipende dalla posizione dell'osservatore. La soluzione di radiosity, invece, viene calcolata in relazione alle superfici della scena e non dipende dalla posizione dell'osservatore.

Assumendo che vi siano due tipi di superfici ideali nella scena (diffusive e speculari) vi sono 4 meccanismi di trasmissione della luce tra superfici:



©Slater et al.

Ray tracing modella la situazione a), Radiosity la situazione d), per le altre due ci sono metodi probabilistici (Monte Carlo) che non vedremo.